

Kontrol Günü Süt Verimlerinin Zaman Serisi Yöntemi ile Modellenmesi ^{[1][2]}

Emre KARAMAN ¹ Mehmet Z. FIRAT ¹ 

[1] Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tezinden özetlenmiştir

[2] Bu çalışma Akdeniz Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir (Proje No: 2010.02.0121.007)

¹ Akdeniz Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootekni Bölümü, TR-07100 Antalya - TÜRKİYE

Makale Kodu (Article Code): KVFD-2013-8609

Özet

Bu çalışmanın amacı kontrol günü süt verimlerinin zaman serisi yöntemi ile modellenmesi ve en isabetli öngörülerini sağlayan kontrol günü sayısının belirlenmesidir. Bu amaçla 1070 süt siğirına ait 10700 kontrol günü kaydı kullanılmıştır. Veri seti her birinde 5350 kayıt bulunan iki guruba ayrılmıştır. Bu gruplardan biri model parametrelerini tahmin amacı ile, diğeri ise modelin öngörü başarısını değerlendirmek ve en isabetli öngörülerini sağlayan kontrol günü sayısını belirlemek amacı ile kullanılmıştır. Çalışma sonucunda ARIMA(2,0,0)(1,1,1)₁₀ modeli uygun model olarak belirlenmiş ve öngörü değerleri bu model kullanılarak elde edilmiştir. Söz konusu modelin tahmin edilen parametre değerleri ile gösterimi $(1-B^{10})^1y_t = [(1-0.99129B^{10})/(1-0.36889B-0.06934B^2)(1-0.08352B^{10})]a_t$ şeklindedir. Gerçek değerler ile öngörü değerleri arasında yüksek ve istatistiksel olarak anlamlı korelasyonlar saptanmıştır. Sonuçlar zaman serisi yaklaşımının süt veriminin öngörüsünde kullanışlı olabileceğini ortaya koymaktadır.

Anahtar sözcükler: Kontrol günü, Süt verimi, Zaman serisi, ARIMA, Öngörü

Modeling the Test Day Milk Yields via Time Series Method

Summary

The aim of this study is to model the test day milk yields via time series methodology and to determine the number of test days which provide the most accurate forecasts. For this purpose, 10700 test day records belonging to 1070 dairy cattle were used. Data were divided into two groups of 5350 records in each. One set of observations was used to model parameters, while the remaining was used for evaluating the forecast power of the model and for determining the number of test day records which provide the most accurate forecasts. ARIMA(2,0,0)(1,1,1)₁₀ model was determined to be suitable and it was used to obtain the forecast values. The expression of the model using estimated parameter values is $(1-B^{10})^1y_t = [(1-0.99129B^{10})/(1-0.36889B-0.06934B^2)(1-0.08352B^{10})]a_t$. Statistically significant and high correlations were determined between the actual and forecast values. The results indicated that the time series approach can be useful for prediction of milk yields.

Keywords: Test day, Milk yield, Time series, ARIMA, Forecast

GİRİŞ

Süt verimini modellemeye yönelik çalışmaların 1900'lü yılların başlarından itibaren yürütüldüğü bilinmektedir ^[1]. Siğiraların süt veriminin modellenmesi için yapılan çalışmalar kısmi ya da tamamlanmış laktasyon kayıtlarından elde edilen günlük, haftalık ya da aylık süt miktarları üzerinden doğrusal ya da doğrusal olmayan deterministik modeller tahminlemek üzerine kurulmuştur ^[2]. t zamanındaki süt verimi y_t ; $y_t = f(t) + \varepsilon_t$ veya $y_t = f(t) \times \varepsilon_t$ gibi iki mümkün şekilde modellenebilir ^[3]. Burada, f(t) sürekli ve laktasyonun uzun-

luğuna bağlı olarak tüm zaman aralıklarında tanımlı bir fonksiyon iken ε_t , şansa bağlı hata terimlerini simgelemektedir ^[4]. Wood, Gamma, Ali-Schaeffer, Glasbey, Logaritmik, Wilmlink, Goodall modelleri laktasyon eğrisinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır ^[5-8].

Farklı sağım günlerinde ölçülen kontrol günü süt verimlerinin genetik olarak farklı değişkenler olarak adlandırılması ve çok değişkenli yöntemlerle analiz edilmesi



İletişim (Correspondence)



+90 242 3102443



mzfirat@akdeniz.edu.tr

mümkündür^[9]. Bununla birlikte, yaygın olan tek değişkenli yaklaşıma göre her bir laktasyonda farklı zamanlarda alınan süt verimleri aynı deneme ünitesindeki tekrarlanan ölçümler olarak adlandırılabilir^[10]. Laktasyon dönemi süresince belirli zaman aralıklarıyla yapılan ölçümler zamana bağlı olduğu için kurulan regresyon modellerindeki artıklar arasında bir ilişkinin olabileceği düşünülebilir. Aynı şekilde her kontrolde elde edilen verimin bir önceki verimlerle ilişkisi de söz konusu olmaktadır^[3].

Süt veriminin modellenmesinde kullanılan farklı bir yaklaşım ise Deluyker ve ark.^[2], tarafından yapılan çalışmada ortaya konmuştur. İlgili çalışmada Holstein ırkı ineklere ait süt verim kayıtları zaman serisi yöntemi ile modellenmiştir. Macciotta ve ark.^[9,11], Sarda koyunu ve Simmental ırkı ineklere ait kontrol günü süt verimlerini zaman serisi yöntemi ile modelledikleri çalışmalarını yayınlamışlardır. Söz konusu çalışmalar, zaman serisi yönteminin, laktasyon eğrisinin şeklini tanımlamada ve belirli sayıda kontrol günü kaydı mevcut olduğunda hayvanların devam eden laktasyondaki süt verimlerinin öngörüsünde kullanışlı olduğunu ortaya koymuştur.

Bu çalışmanın amacı daha çok ekonomi alanında kullanılan ve bir seriye ait değerlerin kendi geçmiş değerleri, güncel ve geçmiş dönem rassal artıklarının ağırlıklı toplamı yardımıyla modellenmesine olanak sağlayan tek değişkenli zaman serisi analizi ile süt sığırlarının kontrol günü süt verimlerinin modellenmesidir. Ayrıca, zaman serisi modellerinin öngörü başarısından yararlanarak en isabetli öngörülerini sağlayan kontrol günü sayısının belirlenmesi de amaçlanmıştır.

MATERYAL VE METOT

Hayvan Materyali

Bu çalışmanın hayvan materyalini İngiltere Ulusal Süt Kayıtları Birliği'nde kaydı tutulan ve ilk kontrolleri Kasım 1988 ile Ekim 1989 tarihleri arasında yapılmış olup 10 adet verim kaydı bulunan 1.070 İngiliz Siyah Alaca düvesi oluşturmaktadır. Verim kayıtları yaklaşık olarak birer aylık aralıklarla alınmıştır. Her bir kontrol günü süt verimi 24 saatlik süre içerisinde alınan bireysel günlük süt verimlerinin toplamıdır ve kg cinsinden kayıt edilmiştir.

Zaman Serisi Analizi

Bir zaman serisi, zaman içerisinde sıralı olarak toplanan gözlem değerlerinin dizisi olarak tanımlanabilir^[12]. Zaman vasfının gün, hafta, ay, üç ay, yıl vb. periyotlarını simgeleyen şıkları $t=1,2,...,T$ olarak ifade edilirse, Y değişkenine ait bu dönemlerde elde edilen gözlem değerleri de y_1, y_2, \dots, y_T şeklinde gösterilirler^[13].

Zaman serisi ile iyi uyum gösteren bir modelin belirlenme aşamasında ilk olarak serinin durağan olması veya olmaması, mevsimsel özelliklere sahip olup olmaması gibi

özellikler ön plana çıkmaktadır^[14]. Durağan olmayan Y serisinin ortalamada durağan hale getirilmesi için d -kez farkının alınması gerekiyorsa, durağan w_t serisi B olarak ifade edilen geri kaydırma işlemcisi yardımıyla $w_t = (1-B)^d y_t$ şeklinde gösterilmektedir^[12]. Mevsimsel seyri olan serinin mevsimselliğini ortadan kaldırmak amacı ile D -kez fark alma işlemi uygulandığında durağan w_t serisi ise $w_t = (1-B^s)^D y_t$ şeklinde gösterilmektedir^[14].

Zaman serisinin belirli bir noktada aldığı değer, y_t , serinin p adet geçmiş değeri ve bir şok ile tanımlanan bir fonksiyona sahip ise, serinin altında yatan veri yaratma süreci p 'inci mertebeden otoregresif süreç, $AR(p)$, olarak tanımlanmaktadır^[15]. Bir zaman serisinin bugünkü değeri, mevcut ve q adet geçmiş dönemdeki rassal şokun ağırlıklı toplamı ise süreç q mertebesinde hareketli ortalama, $MA(q)$, sürecidir^[4]. Gerçek hayatta karşılaşılan pek çok durumda ise her iki süreci de içeren karma otoregresif hareketli ortalama modeli, $ARMA(p,q)$, ile çalışmak söz konusu olmaktadır.

Zaman serilerinde gözlenen periyodik ya da mevsimsel hareketler, birbirini izleyen ölçüm dönemlerinde aynı ölçüm zamanları arasında gözlenen benzer yükselme ya da düşme hareketleri olarak tanımlanmaktadır. Bu tür serilerde mevsimsel ilişkinin yanında ardışık gözlemler arasında da ilişki ortaya çıkabilmektedir. $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ olarak gösterilen çarpımsal mevsimsel $ARIMA$ modelleri ile mevsim içerisindeki ve mevsimler arasındaki bağımlılık yapısı birlikte modellenmektedir^[4].

$$(1-B)^d (1-B^s)^D y_t = \frac{(1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)(1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_Q B^{Qs})}{(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps})} a_t$$

Burada, θ mevsimsel olmayan MA parametrelerini, q mevsimsel olmayan MA parametre sayısını, ϕ mevsimsel olmayan AR parametrelerini, p mevsimsel olmayan AR parametre sayısını, Φ mevsimsel AR parametrelerini, P mevsimsel AR parametre sayısını, Θ mevsimsel MA parametrelerini ve Q mevsimsel MA parametre sayısını simgelemektedir.

Zaman serisini oluşturan sürecin olasılık dağılımını belirlemek ve kesin bir tanımlamasını yapmak için otokorelasyon fonksiyonu (OKF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (KOKF) kullanılmaktadır^[14].

Veri Setinin Hazırlanması ve İstatistiksel Analizler

Klasik zaman serisi tertibinden farklı olarak bu çalışmada kontrol günü süt verimlerini içeren veri seti Macciotta ve ark.^[9,11] tarafından uygulanan bir yaklaşımla hazırlanmıştır (Tablo 1). Macciotta ve ark.^[9], indeks değişkeninin, içerdiği anlam ne olursa olsun çıktığı, yani Y değerlerini, sıralamada kullanılan bir araç olduğunu ve bu nedenle herhangi bir zaman kavramına bağlı olmak zorunda olmadığını belirtmişlerdir. Veri setinin izlenecek yöntemine uygun olarak düzenlenmesi amacıyla öncelikle

hayvanlar rastgele sıralanmış, ardından laktasyon kayıtları her bir hayvan içerisinde sıraya konmuştur. Toplamda 10.700 laktasyon kaydına karşılık gelen gözlemlere 1'den 10.700'e kadar bir indeks değeri atanmıştır. Örneğin 26 numaralı indeks değeri 3. sıradaki hayvanın 6. laktasyon kaydını belirtmektedir.

Veri seti 535 hayvanın 5350 kontrol günü süt verimi kaydını içeren iki ayrı kısma ayrılmıştır. Model parametreleri SAS programının ARIMA prosedüründe ilk 535 hayvana ait kayıtlar için en çok olabilirlik yöntemi ile tahmin edilmiştir^[16]. Modelin öngörü başarısı model tahmin basamağında elde edilen parametre değerleri ve ikinci gruptaki 535 hayvanın kayıtları kullanılarak değerlendirilmiştir. En isabetli öngörülerini sağlayan minimum kayıt sayısını belirlemek amacı ile, her bir hayvanın bulunduğu varsayılan 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 kaydı kullanılarak geriye kalan, sırasıyla 8, 7, 6, 5, 4, 3 ve 2 kaydını öngörmek şeklinde bir algoritma işletilmiştir. Gerçek değerler ile öngörü değerleri arasındaki korelasyonlar SAS programının CORR prosedürü kullanılarak elde edilmiştir.

Zaman serisi analizi daha çok ekonomi alanında uygulama olanağı bulduğundan kullanılan terminoloji de

Tablo 1. Çalışmada kullanılan veri setinin yapısı
Table 1. Structure of the data used in the study

Sığır	Kontrol Günü	Verim	İndeks
1	1	*	1
1	2	*	2
1	3	*	3
1	4	*	4
1	5	*	5
.	.	.	.
1070	7	*	10697
1070	8	*	10698
1070	9	*	10699
1070	10	*	10700

* hayvanın ilgili kontrol günündeki toplam süt verimi (kg)

bu alana özgüdür. Çalışmada, ele alınan veri seti dikkate alındığında; zaman-indeks, yıl-her bir hayvana ait laktasyon dönemi, ay-kontrol günü ve mevsim-laktasyonun pik verim dönemi ya da artış veya azalış seyri izlediği dönemler vb. kavramlarının karşılığı olarak yorumlanmalıdır.

BULGULAR

Tablo 2'de model kurma basamağında kullanılan veri setine ilişkin bazı tanımlayıcı istatistikler sunulmuştur. Beklendiği gibi en yüksek ortalama süt verimi 2. kontrol gününde saptanmış olup ortalamalar tipik laktasyon eğrisine benzer bir seyir izlemektedir. Şekil 1 kontrol günü süt verimlerinin zaman serisi grafiğini göstermektedir. Şekilden de görüleceği gibi süt verimi belirli bir bandın dışına çıkmamakta ve alçalma ya da yükselme yönünde herhangi bir eğilim göstermemektedir.

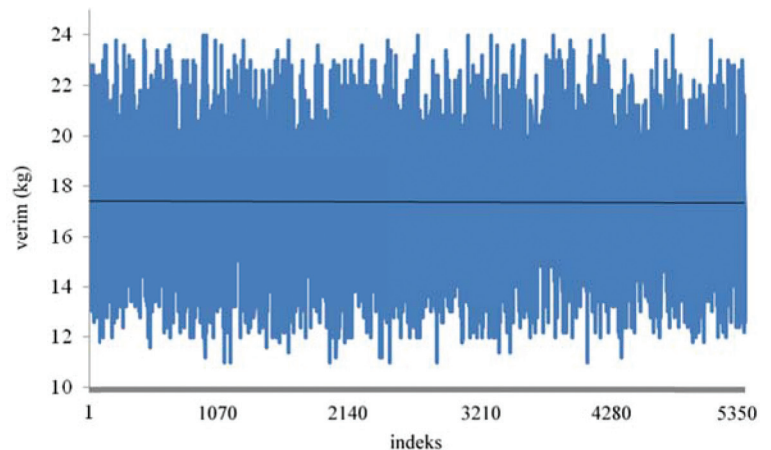
Şekil 2'de sunulan otokorelasyon katsayılarının 0,10, 20,..., gecikmelerinde zirve yapması periyodik bileşenin varlığına işaret etmektedir. OKF(1), OKF(10) ve OKF(20) değerleri yüksek derecede bir ilişkinin varlığını ortaya koymaktadır. Benzer şekilde yüksek korelasyonlar OKF(5), OKF(15) ve OKF(25)'te de saptanmıştır. Şekil 2'den korelasyonların güven sınırları dışına çıktığı ve bu nedenle de

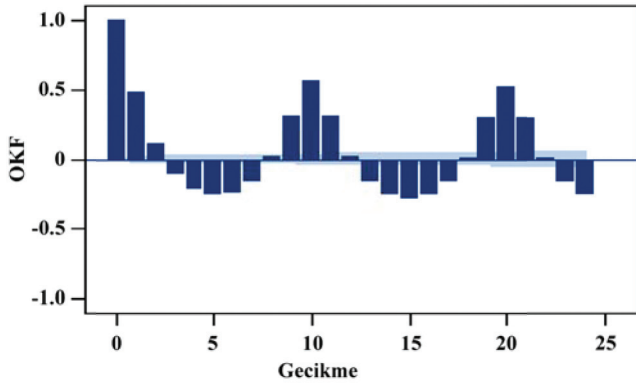
Tablo 2. Veri setine ilişkin bazı tanımlayıcı istatistikler
Table 2. Some descriptive statistics of the data

Kontrol Günü	N	Ortalama	Std. Sapma
1	535	19,18	2,118
2	535	20,30	1,878
3	535	19,56	1,840
4	535	18,52	1,731
5	535	17,63	1,787
6	535	16,89	1,790
7	535	16,51	1,902
8	535	15,94	1,916
9	535	15,15	1,809
10	535	14,06	1,384

Şekil 1. Süt verimlerinin zaman serisi grafiği

Fig 1. Time sequence plot of milk yield data





Şekil 2. Orjinal verilere ait OKF grafiği

Fig 2. ACF plot of original data

Tablo 3. Parametre tahminleri

Table 3. Parameter estimates

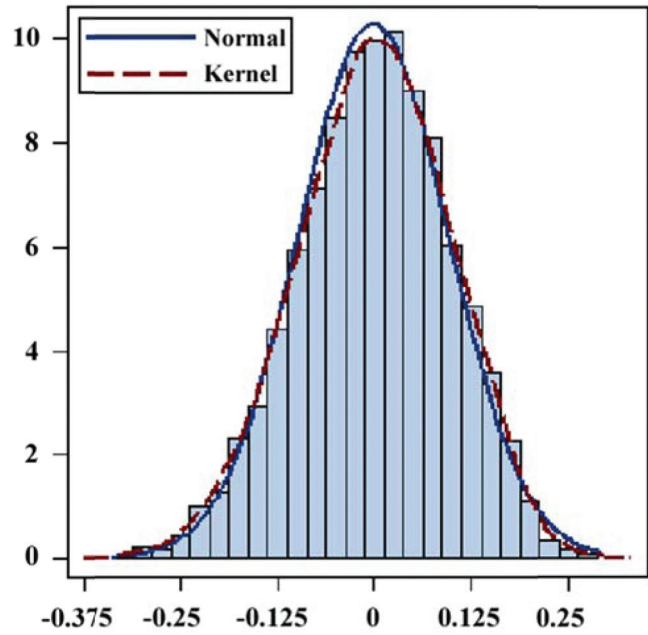
Parametre	Tahmin	Standart Hata	t-Değeri	P	Gecikme
SMA	0.99129	0.0022861	433.61	<.0001	10
AR1	0.36889	0.01362	27.08	<.0001	1
AR2	0.06934	0.01361	5.09	<.0001	2
SAR	0.08352	0.01377	6.07	<.0001	10

SMA (Seasonal MA): Mevsimsel MA, AR1-2 (Autoregressive): Otoregresif parametreler, SAR (Seasonal AR): Mevsimsel AR parametresi

istatistiksel olarak önemli oldukları görülmektedir. Bu durum veri setinin oluşturulma şekli düşünüldüğünde beklenen bir sonuçtur. Her ne kadar çalışmanın materyalini oluşturan kontrol günü süt verim kayıtları rastgele sıralanmış olsa da teorik olarak her bir laktasyonda aynı dönemde pik verimine ulaşıldığı bilinmektedir. Periyodik gecikmelerde ortaya çıkan bu yüksek otokorelasyonlar ve bu otokorelasyonların aynı seviyede varlığını devam ettirmesi, güçlü bir mevsimsellik göstergesi olup veri setine mevsimsel fark işlemi uygulanması gerektiğini göstermektedir.

Mevsimsel farkı alınmış seriye ait OKF incelenmiş ve gecikme uzunluğu arttıkça OKF'nun hızla azalıp sıfırı kestiği, bununla birlikte orjinal seriye ilişkin OKF'nda 10 ve 10'un katlarında gözlenen periyodik davranışın giderildiği belirlenmiştir. Buna karşın 1. ve 10. gecikmelerdeki otokorelasyonların model oluşturulurken dikkate alınması gerektiği saptanmıştır. Bu nedenle MA sürecinin mevsimsel olmayan ve mevsimsel olan kısımlarını simgeleyen, q ve Q mertebeleri, 1 olarak belirlenmiştir. Mevsimsel farkı alınmış seriye ait KOKF'nun sıfırı ikinci gecikmede kestiği görüldüğünden mevsimsel olmayan AR mertebesinin 2 olduğu düşünülmüştür. Ayrıca ilk iki mevsimsel gecikmede önemli olan kısmi otokorelasyonların da dikkate alınması gerektiği saptanmıştır.

Analizin sonraki aşamasında, aday model olarak belirlenen çarpımsal-mevsimsel ARIMA modeline ait parametreler tahmin edilmiş ve mevsimsel AR mertebesinin 2 olması durumunda ilgili parametrenin anlamsız olduğu ($P>0.05$) görüldüğünden analiz dışında tutulmasına karar



Şekil 3. Artıkların histogramı ile normal ve kernel yoğunlukları

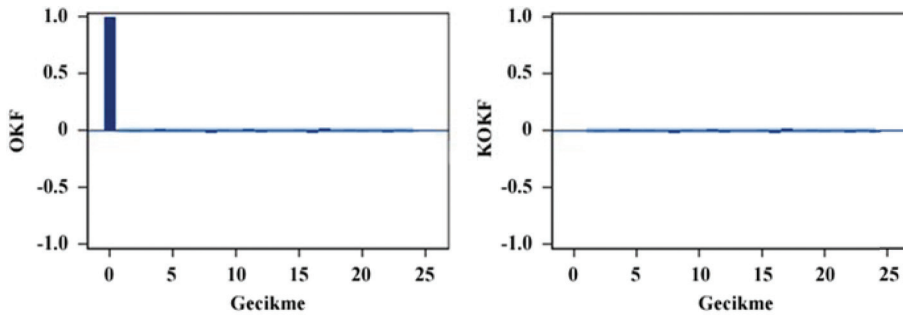
Fig 3. Histogram with normal and kernel density plots of the residuals

verilmiştir. Serinin D=1 olmak üzere 1 kez mevsimsel farkı alındığından nihai model ARIMA(2,0,0)(1,1,1)₁₀ modeli olarak belirlenmiş ve bu modelin en çok benzerlik yöntemi ile tahmin edilen parametre değerleri Tablo 3'te sunulmuştur. Söz konusu model parametrelerinin tümünün istatistiksel olarak önemli olduğu belirlenmiştir ($P<0.05$). Bununla birlikte, model artıklarına ilişkin ilk 48 gecikme için hesaplanmış olan ki-kare değerleri için $P>0.05$ olduğu saptanmış ve modele herhangi bir AR ya da MA terimi eklenmesine gerek olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Model artıklarının Şekil 3'te yer alan dağılımı incelendiğinde artıkların yaklaşık sıfır ortalama etrafında normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Artıklara ilişkin OKF ve KOKF'karı da modelin veri setini tanımlamada uygun olduğunu göstermektedir (Şekil 4). Model artıklarına ilişkin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonların tümü güven sınırları içerisinde kaldığından, bir başka ifade ile model artıkları arasında istatistiksel açıdan önemli korelasyonlar olmadığından modelin doğru bir şekilde tanımlandığı sonucuna ulaşılmıştır. Model, tahmin edilen parametre değerleri ile aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$(1 - B^{10})^1 y_t = \frac{(1 - 0,99129B^{10})}{(1 - 0,36889B - 0,06934B^2)(1 - 0,08352B^{10})} a_t$$

Çalışmada gerçek değerler ile modelden tahmin edilen değerler arasındaki korelasyon 0.90 olarak bulunmuştur. Mevcut gözlem sayısı arttıkça model yardımı ile öngörüsü yapılan değerler ile serinin gerçek değerleri arasındaki korelasyonların artma eğiliminde olduğu görülmektedir (Tablo 4). Bununla birlikte, öngörüsü yapılacak kontrol günü (ay) son kontrol kaydının alındığı tarihten uzaklaştıkça sözü



Şekil 4. Artıklara ait OKF ve KOKF grafikleri

Fig 4. ACF and PACF plots of the residuals

Tablo 4. Mevcut gözlem değerleri ile öngörü değerleri arasındaki korelasyonlar
Table 4. Correlations among the actual and forecasted values

Öngörüsü Yapılan Kontrol Günü (ay)	Mevcut Gözlem Sayısı						
	2	3	4	5	6	7	8
3	0.74						
4	0.74	0.82					
5	0.74	0.79	0.81				
6	0.75	0.78	0.80	0.85			
7	0.76	0.78	0.80	0.85	0.87		
8	0.76	0.78	0.79	0.83	0.87	0.87	
9	0.75	0.77	0.78	0.81	0.83	0.84	0.87
10	0.74	0.75	0.76	0.79	0.80	0.80	0.80

Tüm korelasyonlar için $P < 0.001$ dir

edilen değerler arasındaki korelasyonlar azalmaktadır. Çalışmanın bulguları 6 kaydın mevcut olduğu durumun serinin gelecekteki değerlerinin öngörüsü için yeterli seviyede bilgi içerdiğini göstermektedir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Macciotta ve ark.^[9], Sarda koyunlarına ait mevsimsellikten arındırılmış kontrol günü süt verimlerini modelledikleri çalışmalarında çarpımsal mevsimsel ARIMA(2,0,0)(1,0,1)₇ modelini uygun model olarak belirlemişlerdir. Bu model çalışmamızda belirlenen model ile örtüşmektedir. Bunun yanında Macciotta ve ark.^[11], Simmental ırkı inekler üzerinde yürüttükleri çalışmalarında çarpımsal mevsimsel ARIMA(1,0,1)(1,0,1)₈ modelini, Deluyker ve ark.^[2] ise Holstein ırkı ineklere ait kontrol günü süt verim kayıtlarını modelledikleri çalışmalarında ARIMA(0,1,1) modelini uygun model olarak belirlemişlerdir.

Macciotta ve ark.^[11], çalışmalarında süt verimi için 2 adet mevcut kontrol günü kaydını 3. kayıt gününe ait verimleri öngörmede kullanmışlar ve gerçek değerler ile öngörü değerleri arasındaki korelasyonları 0.85 olarak saptamışlardır. Aynı şekilde 3, 4, 5 ve 6 kaydın olduğu durumlar için de bir sonraki kayda ilişkin öngörüler ile gerçek değerler arasında tüm durumlar için 0.85'lik korelasyonlar saptamışlardır. Buna karşın çalışmamızda 6 gözlemin

mevcut olduğu durumda 7 ve 8. gözlem değerlerine ilişkin gerçek değerler ve öngörü değerleri arasında her iki kontrol günü için 0.87'lik korelasyonlar saptanmıştır. Sözü edilen çalışmada korelasyonlar 0.85-0.44 arasında değişim göstermekte iken çalışmamızda tüm durumlar için korelasyonlar 0.87-0.74 aralığındadır.

Serilerin değerleri arasında az da olsa gözlenen farklılıkların daha homojen hayvan grupları ile çalışılması durumunda daha da azalması beklenmektedir. Ayrıca model tahmini yapılan hayvan gurubu ile modelin öngörü başarısının değerlendirildiği hayvan gurubunun da benzer koşullarda yetiştirilen ve genetik potansiyel olarak da birbirinin benzeri hayvanlar olmaları daha isabetli öngörüler yapılmasına olanak sağlayacaktır. Bu açıdan bakıldığında çalışmada ele alınan yöntemin sürü ya da işletme bazında kullanılması uygun olacaktır. Özellikle otomatik kontrol sistemlerinin kullanıldığı işletmelerde bireyler için tahmin edilen değerlerden büyük sapmalar görülmesi durumunda bu hataların değerlendirilmesi gerekmektedir.

KAYNAKLAR

- Grossman M, Kuck AL, Norton HW:** Lactation curves of purebred and crossbred dairy cattle. *J Dairy Sci*, 69 (1): 195-203, 1986.
- Deluyker HA, Shumway RH, Wecker WE, Azari AS, Weaver LD:** Modeling daily milk yield in Holstein cows using time series analysis. *J Dairy Sci*, 73, 539-548, 1990.
- Goodall EA, Sprevak D:** A Note on stochastic model to describe the milk yield of a dairy cow. *Anim Prod*, 38, 133-136, 1984.
- Chatfield C:** Time Series Forecasting, CRC Press LLC, NW, 2000.
- Kellogg DW, Urquhart NS, Ortega AJ:** Estimating Holstein lactation curves with a gamma curve. *J Dairy Sci*, 60, 1308-1315, 1977.
- Keskin İ, Çilek S, İlhan F:** Polatlı Tarım İşletmesi'nde yetiştirilen Siyah Alaca sığırların laktasyon eğrisi özellikleri. *Kafkas Univ Vet Fak Derg*, 15 (3): 437-442, 2009.
- Druet T, Jaffrezic F, Boichard D, Ducrocq V:** Modeling lactation curves and estimation of genetic parameters for first lactation test-day records of French Holstein cows. *J Dairy Sci*, 86, 2480-2490, 2003.
- Sherchand L, McNew RW, Kellogg DW, Johnson ZB:** Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J Dairy Sci*, 78, 2507-2513, 1995.
- Macciotta NPP, Cappio-Borlino A, Pulina G:** Time series autoregressive integrated moving average modeling of test-day milk yields of dairy ewes. *J Dairy Sci*, 83, 1094-1103, 2000.
- Van der Werf J:** Random Regression in Animal Breeding (Course Notes). Jaboticabal, SP Brazil, November, 2001.

11. Macciotta NPP, Vicario D, Pulina G, Cappio-Borlino A: Test day and lactation yield predictions in Italian Simmental cows by ARMA methods. *J Dairy Sci*, 85, 3107-3114, 2002.

12. Box GEP, Jenkins GM: Time Series Analysis: Forecasting and Control (Revised Edition), Holden-Day, USA, 1976.

13. Akgül I: Geleneksel Zaman Serisi Yöntemleri, 1. Baskı, Der Yayınları,

İstanbul, 2003.

14. Akgül I: Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri, 1. Baskı, Der Yayınları, İstanbul, 2003.

15. Yaffee R, McGee M: Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS. Academic Press, NY, 2000.

16. SAS Institute Inc.: SAS/STAT User's Guide, Version 9.2, 2009.